

数学補習プログラム（社会人院生向け）

練習問題【1日目】

北村友宏*

2016年3月13日

講義資料や参考書などを参照しても構いません。

1. 指数の法則を用いて、次の式を x^n の形に書き換えなさい。

(a) $x^5 \cdot x^{10}$

(b) $x^{-1} \cdot x^3$

(c) $(x^3 \cdot x^5)^2$

2. 次の関数の1次導関数を求めなさい。

(a) $y = 3x^2 + 5x$

(b) $y = 2x^2 + 3x + x^{\frac{1}{2}}$

Hint: 関数の和の微分は、3つ以上の関数の和にも同様に適用できる。

(c) $y = (x^2 + 2)^6$

Hint: $u = x^2 + 2$ として、合成関数の微分を適用する。

3. 企業の総費用を C 、生産量を Q とする。この企業の総費用関数は、

$$C = Q^3 - 5Q^2 + 16Q + 10$$

で与えられる。これを Q に関して1階微分したものを限界費用関数（生産量が微小に増加すると費用が何単位増加するかを表す関数）という。この限界費用関数を求めなさい。

4. 次の関数の1次導関数と2次導関数を求めなさい。

(a) $y = 2x^2 + 4$

(b) $y = 20^x$

5. 次の関数の1次導関数を求めなさい。

(a) $y = e^{2x}$

Hint: $u = 2x$ として、合成関数の微分と自然指数関数の微分を適用する。

(b) $y = 3 \ln(x + 8)$

Hint: $u = x + 8$ として、合成関数の微分と自然対数関数の微分を適用する。

* Email: kitamu.tom@gmail.com URL: <http://tomkitamura.html.xdomain.jp>

練習問題【1日目】解答

1. (a) $x^5 \cdot x^{10} = x^{5+10} = x^{15}$.
 (b) $x^{-1} \cdot x^3 = x^{-1+3} = x^2$.
 (c) $(x^3 \cdot x^5)^2 = (x^{3+5})^2 = (x^8)^2 = x^{8 \cdot 2} = x^{16}$.
 2. (a) $\frac{dy}{dx} = 3 \cdot 2x^{2-1} + 5 \cdot 1x^{1-1} = 6x + 5x^0 = 6x + 5$.
 (b) $\frac{dy}{dx} = 2 \cdot 2x^{2-1} + 3 \cdot 1x^{1-1} + \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = 4x + 3x^0 + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = 4x + 3 \cdot 1 + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = 4x + 3 + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$.
 (c) $u = x^2 + 2$ とすると, $y = u^6$ となる.

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{du} \frac{du}{dx} \\ &= \frac{d}{du} u^6 \cdot \frac{d}{dx} [x^2 + 2] \\ &= 6u^{6-1} \cdot (2x^{2-1} + 0) \\ &= 6u^5 \cdot 2x \\ &= 6(x^2 + 2)^5 \cdot 2x \\ &= 12x(x^2 + 2)^5. \end{aligned}$$

3. 限界費用関数は,

$$\frac{dC}{dQ} = 3Q^{3-1} - 5 \cdot 2Q^{2-1} + 16 \cdot 1Q^{1-1} + 0 = 3Q^2 - 10Q + 16Q^0 = 3Q^2 - 10Q + 16$$

である.

4. (a) 1次導関数は,

$$\frac{dy}{dx} = 2 \cdot 2x^{2-1} + 0 = 4x$$

であり, 2次導関数は,

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 4 \cdot 1x^{1-1} = 4x^0 = 4$$

である.

- (b) 1次導関数は,

$$\frac{dy}{dx} = 20^x \ln 20$$

であり, 2次導関数は,

$$\frac{d^2y}{dx^2} = (\ln 20) \cdot 20^x \ln 20 = 20^x (\ln 20)^2$$

である.

5. (a) $u = 2x$ とすると, $y = e^u$ となる.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx} = \frac{d}{du} [e^u] \cdot \frac{d}{dx} [2x] = e^u \cdot (2 \cdot 1x^{1-1}) = e^{2x} \cdot (2x^0) = e^{2x} \cdot 2 = 2e^{2x}.$$

- (b) $u = x + 8$ とすると, $y = 3 \ln u$ となる.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx} = \frac{d}{du} [3 \ln u] \cdot \frac{d}{dx} [x + 8] = 3 \cdot \frac{1}{u} \cdot (1x^{1-1} + 0) = \frac{3}{u} \cdot x^0 = \frac{3}{x+8}.$$