

# 数学補習プログラム（社会人院生向け）

## トピック 2 : 1 変数関数の 2 階微分

北村友宏\*

2016 年 3 月 13 日

### 1 1 変数関数の 2 階微分（参考書上巻 pp.313-319）

#### 1.1 2 階微分

- 関数を 2 度微分することを 2 階微分といい、それによって求められた導関数を 2 次導関数または 2 階の導関数という。
- 関数  $y = f(x)$  の 2 次導関数は、 $\frac{d^2y}{dx^2}$  と書く。

★ 1 次導関数  $\frac{dy}{dx}$  をさらに  $x$  に関して微分することを、

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{dy}{dx} \right) = \frac{d^2y}{(dx)^2}$$

と書くことができる。通常は「 $dx$ 」で 1 つの記号と考えて上式の右辺の分母のカッコを外し、 $\frac{d^2y}{dx^2}$  と表記する。

★ 2 次導関数  $\frac{d^2y}{dx^2}$  は、 $x$  の微小な変化に対する  $\frac{dy}{dx}$ （元の関数  $f(x)$  の接線の傾き）の変化率を表す。この点に関する詳細は、本プログラムの終盤で説明する。

★  $\frac{d^2y}{dx^2}$  以外にも、次のような書き方がある。

$$\frac{d^2}{dx^2}y, \frac{d^2f(x)}{dx^2}, \frac{d^2f}{dx^2}(x), \frac{d^2}{dx^2}f(x), f''(x), y''.$$

#### 1.2 ベキ関数の 2 階微分

.....  
**例題 1.2.1**  $y = x^{\frac{1}{5}}$  の 1 次導関数と 2 次導関数を求めなさい。

**解法** 1 次導関数は、

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}-1} = \frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}}$$

---

\* Email: kitamu.tom@gmail.com URL: <http://tomkitamura.html.xdomain.jp>

であり、2次導関数は、

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) x^{-\frac{4}{5}-1} = -\frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} x^{-\frac{9}{5}} = -\frac{4}{25} x^{-\frac{9}{5}}$$

である。

.....