応用計量経済分析 TA セッション　練習問題
第 1 回：平均・分散・標準偏差

TA：北村友宏 *

2015 年 10 月 6 日

教科書やノートなどを参照しても構いません。また、周りの人と相談しても構いませんが、あまり大きな声は出さないでください。

1. 算術平均を $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ とする。
   (a) 次の等式
   $$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} ax_i = a\overline{x}$$
   を証明しなさい。
   (b) $\overline{x} = 0.0021$ のとき、(a) の結果を利用し、$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 1000x_i$ を求めなさい。
2. 算術平均を $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ とする。このとき、
   $$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2$$
   を証明しなさい。
   Hint：左辺にある二乗の部分を展開した後、総和記号の性質を利用する。

* Email: kitamu.tom@gmail.com　URL: http://tomkitamura.html.xdomain.jp

練習問題解答

1. (a)（証明）

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} ax_i = \frac{1}{n}\cdot a\sum_{i=1}^{n} x_i = a\cdot\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = a\overline{x}. \quad \text{（証明終）}$$

- 標本の全ての観察値を一定倍すると、その算術平均も一定倍になる。

(b) (a) の結果から、$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 1000x_i = 1000\overline{x} = 1000\cdot 0.0021 = 2.1$ である。

- 標本の全ての観察値を 1000 倍すると、その算術平均も 1000 倍になる。

2.（証明）

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2 &= \sum_{i=1}^{n}(x_i^2-2x_i\overline{x}+\overline{x}^2)\\
&= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \sum_{i=1}^{n} 2x_i\overline{x} + \sum_{i=1}^{n}\overline{x}^2\\
&= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\overline{x}\sum_{i=1}^{n} x_i + n\overline{x}^2
\end{aligned}$$

ここで、$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ なので、$n\overline{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i$ である。よって、

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\overline{x}\sum_{i=1}^{n} x_i + n\overline{x}^2 &= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\overline{x}\cdot n\overline{x} + n\overline{x}^2\\
&= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2n\overline{x}^2 + n\overline{x}^2\\
&= \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2. \quad \text{（証明終）}
\end{aligned}$$