応用計量経済分析 TA セッション　練習問題
第 4 回：多次元の離散的確率変数

TA：北村友宏 *

2015 年 10 月 27 日

教科書やノートなどを参照しても構いません。

1. 2 次元の離散的確率変数 (X, Y) は以下の同時確率分布をもつ。

$X \setminus Y$	1	2	3
1	0.1	0.3	0.2
2	0.2	0.0	0.2

   (a) X の 周辺 確率関数 $p_X(x)$ を式で書きなさい。
   (b) Y の 周辺 確率関数 $p_Y(y)$ を式で書きなさい。
   (c) X と Y が独立であるかを答えなさい。また、そう言える理由を説明しなさい。
   Hint：任意の（全ての）実現値 (x, y) について独立性の定義の式が成り立つのか、それとも独立性の定義の式が成り立たない実現値 (x, y) が存在するのかを確認する。

* Email: kitamu.tom@gmail.com　URL: http://tomkitamura.html.xdomain.jp

練習問題解答

1. (a) 問題の表より、X の実現値は 1 と 2。X が 1 と 2 をとる確率は、それぞれ、

$$p_X(1) = P(X = 1) = \sum_{y=1}^{3} p_{X,Y}(1, y) = p_{X,Y}(1,1) + p_{X,Y}(1,2) + p_{X,Y}(1,3) = 0.1 + 0.3 + 0.2 = 0.6,$$

$$p_X(2) = P(X = 2) = \sum_{y=1}^{3} p_{X,Y}(2, y) = p_{X,Y}(2,1) + p_{X,Y}(2,2) + p_{X,Y}(2,3) = 0.2 + 0.0 + 0.2 = 0.4.$$

よって、X の周辺確率関数は、

$$p_X(x) = \begin{cases} 0.6 & \text{for } x = 1, \\ 0.4 & \text{for } x = 2, \\ 0 & \text{elsewhere.} \end{cases}$$

(b) 問題の表より、Y の実現値は 1 と 2 と 3。Y が 1 と 2 と 3 をとる確率は、それぞれ、

$$p_Y(1) = P(Y = 1) = \sum_{x=1}^{2} p_{X,Y}(x, 1) = p_{X,Y}(1,1) + p_{X,Y}(2,1) = 0.1 + 0.2 = 0.3,$$

$$p_Y(2) = P(Y = 2) = \sum_{x=1}^{2} p_{X,Y}(x, 2) = p_{X,Y}(1,2) + p_{X,Y}(2,2) = 0.3 + 0.0 = 0.3,$$

$$p_Y(3) = P(Y = 3) = \sum_{x=1}^{2} p_{X,Y}(x, 3) = p_{X,Y}(1,3) + p_{X,Y}(2,3) = 0.2 + 0.2 = 0.4.$$

よって、Y の周辺確率関数は、

$$p_Y(y) = \begin{cases} 0.3 & \text{for } y = 1, 2, \\ 0.4 & \text{for } y = 3, \\ 0 & \text{elsewhere.} \end{cases}$$

- (a) と (b) で求めた周辺確率分布を問題の表に書き加えると、

$X \diagdown Y$	1	2	3	計
1	0.1	0.3	0.2	0.6
2	0.2	0.0	0.2	0.4
計	0.3	0.3	0.4	1.0

(c) X と Y は独立ではない。なぜなら、例えば $(x, y) = (1, 1)$ のとき、

$$p_{X,Y}(1,1) = 0.1 \neq p_X(1)p_Y(1) = 0.6 \cdot 0.3 = 0.18$$

なので、

$$p_{X,Y}(x, y) \neq p_X(x)p_Y(y)$$

となる実現値 (x, y) が存在するからである。