応用計量経済分析 TA セッション　練習問題
第 11 回：母平均の検定（母分散が既知の場合）

TA：北村友宏 *

2015 年 12 月 22 日

教科書やノートなどを参照しても構いません。

1. ある機械は、棒を長さ 109cm に切断するように設定されている。ところが、切断された棒を無作為に 36 本選び、長さを測定したところ、標本平均が 109.5cm となった。機械に不具合があるのだろうか。長さの母平均を μ とし、帰無仮説と対立仮説をそれぞれ、

$$H_0 : \mu = 109,$$
$$H_1 : \mu \neq 109$$

と設定して、機械に不具合があるかを有意水準 5% で検定しなさい。ただし、棒の長さは正規分布に従い、母分散は 4 で既知とする。

* Email: kitamu.tom@gmail.com　URL: http://tomkitamura.html.xdomain.jp

練習問題解答

1. 棒の長さの母平均を μ として、帰無仮説と対立仮説をそれぞれ、

$$H_0 : \mu = 109,$$
$$H_1 : \mu \neq 109$$

と設定する。
無作為に選んだ棒 36 本の重さをそれぞれ $X_1, X_2, \ldots, X_{36}$ とすると、それらが母分散 4 の正規分布に従っていることから、任意の i について

$$X_i \sim N(\mu, 4)$$

である。よって、標本平均の分布は、無作為標本なので

$$\overline{X} \sim N\left(\mu, \frac{4}{36}\right)$$

となる。標準化すると、

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sqrt{4/36}} \sim N(0, 1)$$

となる。$H_0 : \mu = 109$ が真であると仮定すると、H_0 のもとでの検定統計量は、

$$\frac{\overline{X} - 109}{\sqrt{4/36}} \sim N(0, 1)$$

である。
上記の検定統計量を用い、有意水準 5% の検定を行う。
標準正規分布表より、$P(Z > 1.96) = 0.025$, つまり $P(|Z| > 1.96) = 0.05$ なので、有意水準 5% の両側検定における、$N(0, 1)$ に従う検定統計量の受容域は

$$[-1.96, 1.96]$$

であり、棄却域は、

$$(-\infty, -1.96), (1.96, \infty)$$

である。よって、有意点は ± 1.96 となる。
標本平均が 109.5 となったことから、検定統計値は、

$$\frac{109.5 - 109}{\sqrt{4/36}} = \frac{0.5}{\sqrt{1/9}} = \frac{0.5}{1/3} = 1.5$$

である。$-1.96 < 1.5 < 1.96$ なので、検定統計値は受容域に入る。これは、$\mu = 109$（H_0 が真）のとき、1.5 という検定統計値は小さすぎない確率で実現しうることを意味する。
したがって、$H_0 : \mu = 109$ は有意水準 5% で受容され、機械に不具合があるとはいえない。

- ここまで詳しく説明しなくてもよいが、もし仮説検定の考え方や手続きについて理解できていないのなら、上記のように詳しく書いてみることを推奨する。