

応用計量経済分析 TA セッション 練習問題

第 14 回：回帰係数の t 検定

TA：北村友宏*

2016年1月19日

教科書やノートなどを参照しても構いません。

1. ある農産物の収穫量と肥料の使用量との関係を調べるため、以下の単回帰モデルを仮定し、観測値数 20 個のデータを用いて OLS で推定した。

$$\begin{aligned} \text{harvest}_i &= \beta_0 + \beta_1 \text{fertilizer}_i + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, 20, \\ u_i &\sim \text{iid}N(0, \sigma^2). \end{aligned}$$

harvest_i は農産物の収穫量 (kg)、 fertilizer_i は肥料の使用量 (kg) である。また、 fertilizer_i は非確率変数であるとする。推定結果は次のようになった。

	係数	標準誤差
定数項	6.15	2.05
肥料の使用量	0.52	0.13

この結果から、このモデルの定数項 β_0 が 0 ではないかどうかを、有意水準 1% で検定しなさい。

* Email: kitamu.tom@gmail.com URL: <http://tomkitamura.html.xdomain.jp>

練習問題解答

1. 帰無仮説と対立仮説をそれぞれ、

$$H_0 : \beta_0 = 0,$$

$$H_1 : \beta_0 \neq 0$$

と設定する。

$H_0 : \beta_0 = 0$ が真であると仮定する。また、 β_0 の OLS 推定量を $\hat{\beta}_0$ とし、その標準誤差を $SE(\hat{\beta}_0)$ とする。 $fertilizer_i$ が非確率変数であるという仮定および誤差項が正規分布に従うという仮定から、 H_0 のもとでの検定統計量は、

$$\frac{\hat{\beta}_0 - 0}{SE(\hat{\beta}_0)} \sim t(18)$$

である。

上記の検定統計量を用い、有意水準 1% の検定を行う。

$t(18)$ に従う確率変数を T とする。 t 分布表より、 $P(T > 2.878) = 0.005$, つまり $P(|T| > 2.878) = 0.01$ なので、有意水準 1% の両側検定における、 $t(18)$ に従う検定統計量の受容域は、

$$[-2.878, 2.878]$$

であり、棄却域は、

$$(-\infty, -2.878), (2.878, \infty)$$

である。よって、有意点は ± 2.878 となる。

問題の表から、 β_0 の OLS 推定値は 6.15、標準誤差は 2.05 である。よって、検定統計値は、

$$\frac{6.15 - 0}{2.05} = \frac{6.15}{2.05} = 3$$

となる。 $2.878 < 3$ なので、検定統計値は棄却域に入る。これは、仮に $\beta_0 = 0$ (H_0 が真) であれば、3 という検定統計値が実現する確率は 1% 以下にすぎないので、 $H_0 : \beta_0 = 0$ が疑わしいことを意味する。したがって、 $H_0 : \beta_0 = 0$ は有意水準 1% で棄却され、このモデルの定数項 β_0 は 0 でない可能性がある。

- もし $H_0 : \beta_0 = 0$ が受容された場合は、「定数項 β_0 は 0 でない」とはいえないことになる。