

# 応用計量経済分析 TA セッション 練習問題

## 第 15 回：弾力性の推定と検定

TA：北村友宏\*

2016年1月26日

教科書やノートなどを参照しても構いません。

1. ある農産物について、農産物収穫量の肥料使用量に対する弾力性を求めるため、以下の単回帰モデルを仮定し、観測値数 25 個のデータを用いて OLS で推定した。

$$\ln harvest_i = \beta_0 + \beta_1 \ln fertilizer_i + u_i, \quad i = 1, 2, \dots, 25,$$
$$u_i \sim iidN(0, \sigma^2).$$

$harvest_i$  は農産物収穫量 (kg)、 $fertilizer_i$  は肥料使用量 (kg) である。また、 $fertilizer_i$  は非確率変数であるとする。このとき、 $\ln fertilizer_i$  も非確率変数となる。推定結果は次のようになった。

	係数	標準誤差
定数項	2.30	1.15
肥料使用量 (自然対数値)	0.84	0.28

- (a) この結果から、農産物収穫量の肥料使用量に対する弾力性はいくらであると推定されたかを答えなさい。
  - (b) この結果における、農産物収穫量の肥料使用量に対する弾力性の推定値の解釈を述べなさい。
2. 1. の推定結果を用いて、農産物収穫量の肥料使用量に対する弾力性が 0 ではないかどうかを有意水準 5% で仮説検定したい。
    - (a) 帰無仮説と対立仮説を設定しなさい。
    - (b)  $\beta_1$  の OLS 推定量を  $\hat{\beta}_1$  とし、その標準誤差を  $SE(\hat{\beta}_1)$  とする。このとき、帰無仮説のもとでの検定統計量と、その分布を書きなさい。
    - (c) 有意水準を (問題の通りに) 設定しなさい。
    - (d) 帰無仮説の受容域・棄却域と有意点を定めなさい。
    - (e) 検定統計値を求め、帰無仮説の受容・棄却を判断しなさい。

---

\* Email: [kitamu.tom@gmail.com](mailto:kitamu.tom@gmail.com) URL: <http://tomkitamura.html.xdomain.jp>

## 練習問題解答

1. (a) 肥料使用量（自然対数値）の係数が 0.84 となったことから、農産物収穫量の肥料使用量に対する弾力性は 0.84 であると推定された。
- (b) 「肥料使用量が 1% 増加すると農産物収穫量は平均的に 0.84% 増加する」という解釈ができる。
2. (a) 帰無仮説と対立仮説をそれぞれ、

$$\begin{aligned}H_0 : \beta_1 &= 0, \\H_1 : \beta_1 &\neq 0\end{aligned}$$

と設定する。

- (b)  $H_0 : \beta_1 = 0$  が真であると仮定する。  $\ln fertilizer_i$  が非確率変数であること、および誤差項が正規分布に従うという仮定から、 $H_0$  のもとでの検定統計量は、

$$\frac{\hat{\beta}_1 - 0}{SE(\hat{\beta}_1)} \sim t(23)$$

である。

- (c) 有意水準を 5% に設定する。
- (d)  $t(23)$  に従う確率変数を  $T$  とする。  $t$  分布表より、 $P(T > 2.069) = 0.025$ , つまり  $P(|T| > 2.069) = 0.05$  なので、有意水準 5% の両側検定における、 $t(23)$  に従う検定統計量の受容域は、

$$[-2.069, 2.069]$$

であり、棄却域は、

$$(-\infty, -2.069), (2.069, \infty)$$

である。よって、有意点は  $\pm 2.069$  となる。

- (e) 問題の表から、 $\beta_1$  の OLS 推定値は 0.84、標準誤差は 0.28 である。よって、検定統計値は、

$$\frac{0.84 - 0}{0.28} = \frac{0.84}{0.28} = 3$$

となる。  $2.069 < 3$  なので、検定統計値は棄却域に入る。これは、仮に  $\beta_0 = 0$  ( $H_0$  が真) であれば、3 という検定統計値が実現する確率は 5% 以下にすぎないので、 $H_0 : \beta_1 = 0$  が疑わしいことを意味する。

したがって、 $H_0 : \beta_1 = 0$  は有意水準 5% で棄却される。

- この検定結果から、農産物収穫量の肥料使用量に対する弾力性は 0 でない可能性がある。